数　　　　学 (120分)

（令和４年度　前期日程）

注　意　事　項

1．試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけません。
2．この冊子は全部で７ページから成っています。表紙を開くと白紙があります。さらに，その白紙を開いた左のページから１ページ目の問題がはじまります。印刷が不鮮明な場合，又はページの脱落に気付いたときは，申し出てください。
3．解答用紙は４枚です。
4．解答は必ず解答用紙の指定された欄に記入してください。（裏面は使用しないこと。）
5．解答用紙には必ず受験番号，氏名を記入してください。記入を忘れたとき，あるいは誤った番号を記入したときは失格となることがあります。
6．解答用紙の解答欄に，関係のない文字，記号，符号などを記入してはいけません。
7．数Ⅰ・数Ⅱ・数A・数Bを選択する者は $\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4-\text{I}}$ を，数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数Bを選択する者は $\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4-\text{II}}$ を解答してください。$\boxed{4-\text{I}}$，$\boxed{4-\text{II}}$ については解答用紙の指示に従い，解答するほうを○で囲んでください。
8．解答は100点満点で採点され，海事システム工学科と海洋電子機械工学科は採点結果の３倍が，流通情報工学科は採点結果の２倍が得点になります。
9．試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

E－M－2

1 （配点 25 点）

$0 \leqq \theta < 2\pi$ を満たす θ に対して，O を原点とする座標平面上に 2 点 A$(1+\cos\theta,\ \sin\theta)$，B$(2\cos 2\theta,\ 2\sin 2\theta)$ をとる．

(1) θ が $0 \leqq \theta < 2\pi$ を動くとき，A の軌跡を求めよ．

(2) 線分 OA の長さを $\cos\dfrac{\theta}{2}$ を用いて表せ．

(3) $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ のとき，$\triangle$AOB の面積 S を θ を用いて表せ．

(4) (3) のとき，$S = 2\sin\theta$ となる θ の値を求めよ．

2 （配点25点）

座標平面上で，点(s,t)から放物線$y=x^2-3x-2$へ異なる2本の接線が引けるとき，接点をA, Bとする．ただし，x座標が大きい方をAとする．

(1) A, Bのx座標をs,tを用いて表せ．

(2) 線分ABの長さLをs,tを用いて表せ．

(3) (s,t)が直線$y=-3x-2$の上を動くとき，$s \geqq 1$でのLの最小値を求めよ．

3 （配点 25 点）

図のような六面体 ABCDE の辺上を動く点 P がある．P は，頂点 A を出発点とし，1 回の移動で，そのときにいる頂点から 1 辺で結ばれた隣の頂点のいずれか 1 つに等確率で移動する．ただし，同じ頂点に留まることはないとする．$n=1,2,3,\cdots$ に対して，P が n 回目の移動後に A, B, C, D, E にいる確率を，それぞれ a_n, b_n, c_n, d_n, e_n とする．例えば，A から 1 辺で結ばれた隣の頂点とは，B, C, D であり，1 回目の移動で P はこのいずれか 1 つに等確率で移動する．従って，$a_1=e_1=0$，$b_1=c_1=d_1=\dfrac{1}{3}$ である．

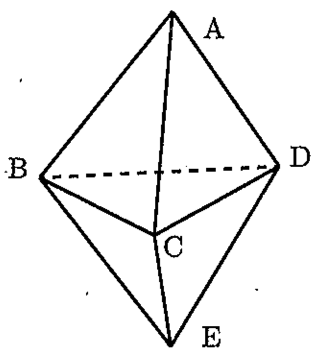
(1) a_2, b_2, c_2, d_2, e_2 を求めよ．

(2) $a_{n+1}, b_{n+1}, c_{n+1}, d_{n+1}, e_{n+1}$ を，a_n, b_n, c_n, d_n, e_n を用いて表せ．

(3) 数学的帰納法を用いて，$b_n=c_n=d_n$ $(n=1,2,3,\cdots)$ が成り立つことを証明せよ．

(4) $q_n=b_{n+1}-b_n$ とおくとき，q_n を n を用いて表せ．

(5) $n=2,3,4,\cdots$ に対して，a_n, b_n を n を用いて表せ．



4 - I （配点 25 点）

実数 a に対して，$f(a)$ を次で定める．

$$f(a) = \int_a^{a+1} |x^2 - 1|\,dx \;-\; \int_a^{a+1} ||x| - 1|\,dx$$

(1) $f(-2)$ と $f\left(\frac{1}{2}\right)$ の値を求めよ．

(2) a の値により場合分けして，$f(a)$ を求めよ．

(3) $f(a)$ の最小値を求めよ．

4 - II （配点 25 点）

e を自然対数の底とする．$1 < a < e$ を満たす実数 a に対して，曲線 $C : y = e^x$ と直線 $\ell : y = a$ および y 軸で囲まれる図形の面積を S_1 とし，C と ℓ および直線 $x = 1$ で囲まれる図形の面積を S_2 とする．

(1) C と ℓ の交点の座標を求めよ．

(2) $S_1 = S_2$ となる a の値を求めよ．

(3) a が $1 < a < e$ の範囲を動くとき，$S_1 + S_2$ の最小値とそのときの a の値を求めよ．